

Начальник отдела операторов в колл-центре утверждает, что новый оператор за смену обработал 185 звонков.

Сотрудник отдела контроля качества составляет случайную выборку из 25 операторов и обнаружил, что средняя арифметическая выборки равна 165 звонков за смену, при среднем квадратическом отклонении 40 звонков.

Может ли оказаться в действительности правильным объявленное количество звонков нового оператора? Принять уровень значимости равным $\alpha = 0,05$

Решение

Теория для решения задачи

Имеем гипотезу о численной величине среднего значения

Имеем гипотезу $H_0: \bar{x} = a \rightarrow$ некоторое число

Имеем альтернативную гипотезу

Проверяем гипотезу на уровне значимости $\alpha = 0,05$ (т.е. $\gamma = 0,95$)

Рассуждения

1. Дисперсия σ^2 известна

2. В качестве статистики берут величину

$$t = \frac{(\bar{x} - a)\sqrt{n}}{\bar{S}}$$

$$\text{Где } \bar{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Можно показать, что статистика t имеет распределение Стьюдента с $n-1$ степенями свободы.

3. Для заданного уровня доверия γ по таблицам распределения Стьюдента определяется критическое значение $t_{кр\ n-1}$

4. Принимается решение, что если

$|t| < t_{кр\ n-1}$, то гипотеза H_0 принимается.

Вычисления для данной задачи

1) $a = 185$; $\bar{x} = 165$; $n = 25$; $\bar{S} = 40$; $\alpha = 0,05 \Rightarrow \gamma = 0,95$

Дисперсия неизвестна \Rightarrow для проверки гипотезы $H_0: \bar{x} = a$ используем распределение Стьюдента

$$t = \frac{(\bar{x} - a)\sqrt{n}}{\bar{S}} = \frac{(165 - 185)\sqrt{25}}{40} = -2,5$$

2) Работаем с таблицей «Значение t -критерия Стьюдента по таблице при $\gamma = 0.95$ находим $t_{кр}$

Для числа степеней свободы $(n-1) = 24$.

$$t_{кр\ 24, 0,95} = 2,06$$

3) Анализируем и принимаем решение - т.к. $|t| = 2,5 > 2,06 = t_{кр\ 24, 0,95}$, то гипотеза H_0 о среднем количестве звонков за смену не принимается на уровне доверия $\gamma = 0.95$.